

# Nauczyciel i Szkoła

Miesięcznik Podkarpackiego Centrum Edukacji Nauczycieli w Rzeszowie

nr 6 (135) 2023 • ISSN 2080-6698



DYPLOMY  
2023



*Dyplomy 2023 – Prace dyplomowe uczniów Liceum Plastycznego w Rzeszowie*  
*Breviarium kanonu kultury – jako element edukacji klasycznej*  
*Patrząc w przyszłość... – Szkoła Podstawowa nr 1 w Jaśle*  
*III konferencja z cyklu Twarze Matematyki – Hugo Steinhaus*



# Nauczyciel i Szkoła

Miesięcznik Podkarpackiego Centrum Edukacji Nauczycieli w Rzeszowie



Krystyna Wróblewska – Dyrektor PZPW w Rzeszowie

## Redaguje:

dr Janusz Ustrzycki – redaktor naczelny

Projekt okładki i skład komputerowy: Janusz Ustrzycki

## Współpraca:

Urząd Marszałkowski Województwa Podkarpackiego w Rzeszowie

Pedagogiczna Biblioteka Wojewódzka w Rzeszowie

Pedagogiczna Biblioteka Wojewódzka w Przemyślu

Pedagogiczna Biblioteka Wojewódzka w Krośnie

Biblioteka Pedagogiczna w Tarnobrzegu

Muzeum Okręgowe w Rzeszowie, Muzeum Etnograficzne w Rzeszowie

Młodzieżowy Dom Kultury w Rzeszowie

Wojewódzki Dom Kultury w Rzeszowie

Zespół Szkół Plastycznych w Rzeszowie

PIE Europe Direct - Rzeszów, Podkarpacka Komisja Filmowa

Stowarzyszenia Nauczycieli Matematyki Oddział Podkarpacie

Muzeum Regionalne w Stalowej Woli

Muzeum Centralnego Okręgu Przemysłowego

## Z DZIAŁALNOŚCI PODKARPACKIEGO ZESPOŁU PLACÓWEK WOJEWÓDZKICH W RZESZOWIE

*Breviarium kanonu kultury – jako element edukacji klasycznej* 1

## DZIAŁALNOŚCI INSTYTUCJI SPOŁECZNYCH I KULTURALNYCH PODKARPACIA

*DYPLOMY 2023 – Prace dyplomowe uczniów Liceum Plastycznego im. Piotra Michałowskiego w Rzeszowie* 5

## Z DZIAŁALNOŚCI PODKARPACKIEGO ZESPOŁU PLACÓWEK WOJEWÓDZKICH W RZESZOWIE

*Patrząc w przyszłość... – Szkoła Podstawowa nr 1 w Jaśle* 16

*III konferencja z cyklu Twarze Matematyki – Hugo Steinhaus* 18

I str. – Dyplomy 2023 – Prace dyplomowe uczniów Liceum Plastycznego im. Piotra Michałowskiego w Rzeszowie – (Fot. Nikodem Trojnar)

© Copyright by Podkarpackie Centrum Edukacji Nauczycieli w Rzeszowie przy PZPW, Rzeszów 2023

Wydawca: Podkarpackie Centrum Edukacji Nauczycieli w Rzeszowie, 35-036 Rzeszów, ul. Niedzielskiego 2

tel. 17 853 40 97, fax. 17 853 46 82, [www.pcen.pl](http://www.pcen.pl), e-mail: [Janusz.Ustrzycki@pzpw.pl](mailto:Janusz.Ustrzycki@pzpw.pl)

ISSN 2080-6698

# Breviarium kanonu kultury – jako element edukacji klasycznej

*Rzeczą piękną jest błyszczeć pośród sławnych mężów,  
Wspomagać swą ojczyznę, uśmierzać niepokój,  
Unikać krwawej rzezi, czekać, aż gniew minie,  
Dać światu odpoczynek, pokój swoim czasom”*  
Pseudo-Seneka, Oktawia

**P**odkarpackie Centrum Edukacji Nauczycieli Oddział w Przemyślu gościł w dniach 5-6 czerwca 2023 r. uczestników konferencji: *Breviarium kanonu kultury jako element edukacji klasycznej*.

**B***reviarium kanonu kultury to książka – repetytorium – antologia na każde czasy.*

Dwudniowe spotkanie dla nauczycieli konsultantów, nauczycieli doradców metodycznych oraz nauczycieli bibliotek zorganizowane zostało przez Ośrodek Rozwoju Edukacji przy współudziale Podkarpackiego Centrum Edukacji Nauczycieli w Rzeszowie. Odbyło się w ramach ogólnopolskiej sieci „Wspólny język” koordynowanej przez dra Stanisława Kusiaka – Wicedyrektora PCEN ds. doskonalenia nauczycieli. Spotkanie poprowadził dr Michał Gołębiowski (ORE).

Swoją obecnością zaszczylicili nas:

- dr Artur Górecki – Dyrektor Departamentu Kształcenia Ogólnego i Podstaw Programowych MEiN,
- Tomasz Madej – Dyrektor ORE,

- Krystyna Wróblewska – Dyrektor PZPW,
- Bernadeta Jasińska – Kierownik Oddziału Jakości i Zarządzania Edukacją w Przemyślu (Kuratorium Oświaty),
- Anna Pekar – Wicedyrektor PCEN ds. Oddziału w Tarnobrzegu,
- Beata Michałuszko Dyrektor PBW w Rzeszowie,
- dr Piotr Pękalski Dyrektor PBW w Przemyślu,
- Agnieszka Karczewska-Gzik – Kierownik Wydziału Rozwoju Kompetencji Społecznych i Obywatelskich ORE.

Szkolenie poprowadzili: dr Michał Gołębiowski – autor książki oraz Agnieszka Karczewska-Gzik – kierownik Wydziału Rozwoju Kompetencji Społecznych i Obywatelskich ORE.

W drugi dzień pracowano w grupach, a na koniec każdy z kierowników grup podzielił się prezentacją scenariusza lekcji, według podziału na przedmioty. Spotkanie zakończyło się merytorycznym podsumowaniem.

Mamy nadzieję, że inspiracje, koncepty i scenariusze wypracowane podczas szkolenia zaowocują ciekawymi lekcjami edukacji klasycznej.



(od lewej:) Beata Michałuszko – Wicedyrektor ds. Pedagogicznej Biblioteki Wojewódzkiej w Rzeszowie przy PZPW w Rzeszowie, Dr Artur Górecki – Dyrektor Departamentu Programów Nauczania i Podręczników Ministerstwo Edukacji i Nauki, Krystyna Wróblewska – Dyrektor PZPW w Rzeszowie, Tomasz Madej – Dyrektor Ośrodka Rozwoju Edukacji w Warszawie, Agnieszka Karczewska-Gzik – Kierownik Wydziału Rozwoju Kompetencji Społecznych i Obywatelskich Ośrodka Rozwoju Edukacji, Dr Michał Gołębiowski – Wydział Rozwoju Kompetencji Społecznych i Obywatelskich Ośrodka Rozwoju Edukacji, Bernadeta Jasińska kierownik – Kuratorium Oświaty Oddział w Przemyślu, dr Stanisław Kusiak – Wicedyrektor ds. Doskonalenia Nauczycieli i Oddziału w Rzeszowie



*Dr Artur Górecki – Dyrektor Departamentu Programów Nauczania i Podręczników Ministerstwo Edukacji i Nauki*



*Krystyna Wróblewska – Dyrektor Podkarpackiego Zespołu Placówek Wojewódzkich w Rzeszowie*



*Dr Stanisław Kusiak – Wicedyrektor ds. Doskonalenia Nauczycieli i Oddziału w Rzeszowie*



*Organizatorzy i uczestnicy Breviarium kanonu kultury*





Dr Paweł Milcarek – „Christianitas” – podczas wykładu: Co to jest Kanon Autorów i jakie są jego potencjały edukacyjne



Dr Michał Gołębiowski – Wydział Rozwoju Kompetencji Społecznych i Obywatelskich Ośrodka Rozwoju Edukacji – podczas wykładu: Breviarium w praktyce. Propozycje scenariuszy lekcji

Tomasz Madej – Dyrektor Ośrodka Rozwoju Edukacji w Warszawie

Agnieszka Karczevska-Gzik – Kierownik Wydziału Rozwoju Kompetencji Społecznych i Obywatelskich Ośrodka Rozwoju Edukacji – podczas wykładu: Metodyczny wymiar implementacji treści



# Breviarium kanonu kultury – jako element edukacji klasycznej



Praca w grupach  
Opracowywanie  
scenariuszy  
lekcji



ZESPÓŁ  
SZKÓŁ  
PLASTYCZNYCH  
W RZESZOWIE



# DYPLOMY 2023

Prace dyplomowe  
uczniów  
Liceum Plastycznego  
w Rzeszowie  
eksponowane  
w Galerii  
Miejskiej  
Zespołu Szkół  
Plastycznych  
im. Piotra  
Michałowskiego  
w Rzeszowie





Już po raz siedemdziesiąty trzeci, odbyły się egzaminy dyplomowe w rzeszowskim Plastyku. Wystawa pokazywana w szkolnej auli jest ich prezentacją. Na przestrzeni lat zmieniała się ilość i rodzaj specjalizacji, w ramach których powstawały prace dyplomowe. Od początkowej i obecnej do dzisiaj metaloplastyki, poprzez koronkarstwo czy zabawkarstwo, do dzisiejszych pięciu specjalizacji odpowiadających zmieniającemu się zapotrzebowaniu: aranżacja wnętrz, ceramika, kowalstwo artystyczne i metaloplastyka, snycerstwo, projektowanie graficzne.

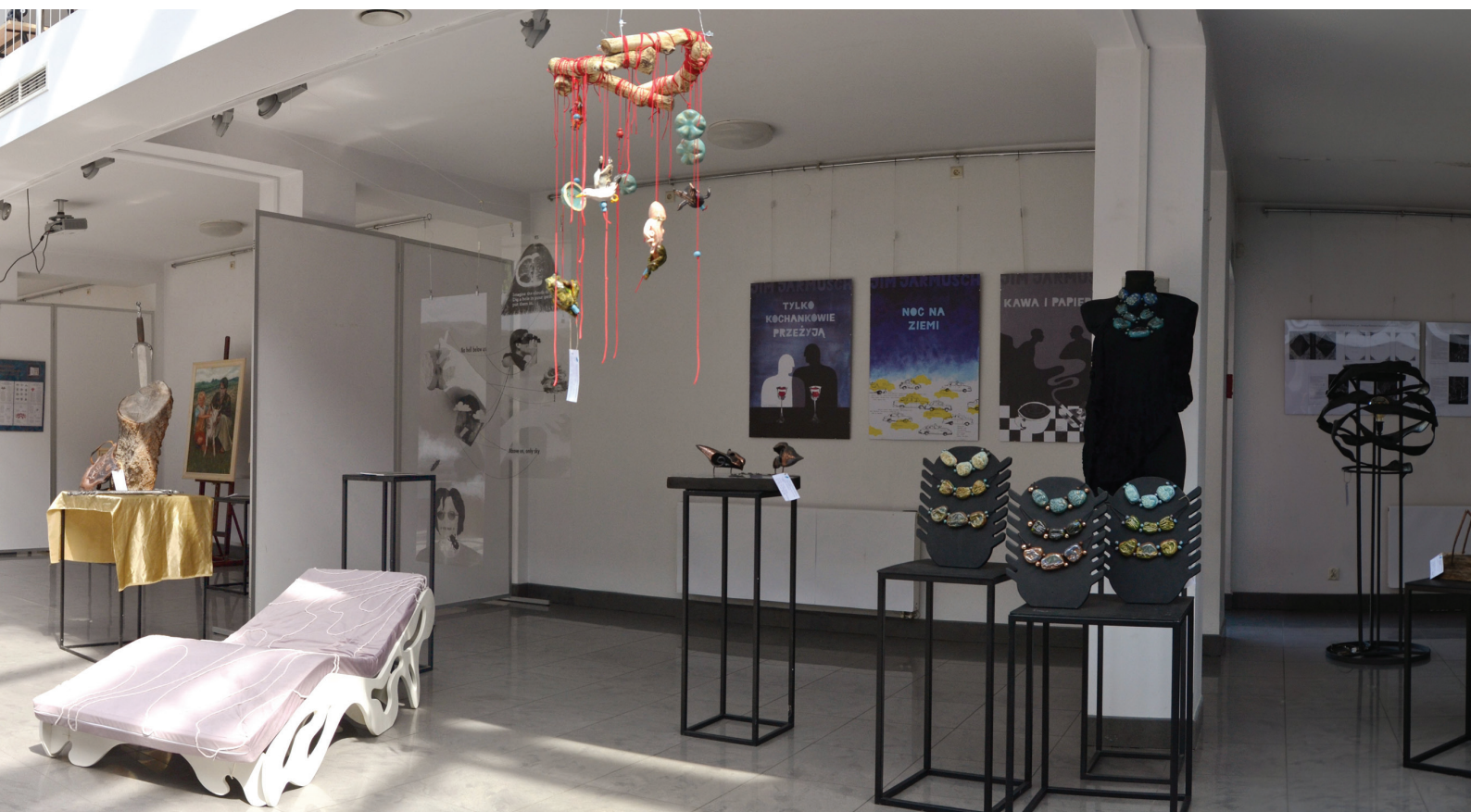




Prace, które można oglądać na wystawie, są ich prezentacją i powstały na zakończenie czteroletniego cyklu kształcenia. Wystawa jest niezwykle bogata i różnorodna, można na niej zobaczyć prace wykonane zarówno przy zastosowaniu tradycyjnych technik plastycznych, jak i te powstałe przy zastosowaniu nowych technologii. Całość uzupełniają wybrane stanowiące integralną część dyplomu prace malarskie: martwe natury i kompozycje figuralne.

Opracował: Jakub Atam





## Dyplomy 2023





## Liceum Sztuk Plastycznych w Rzeszowie









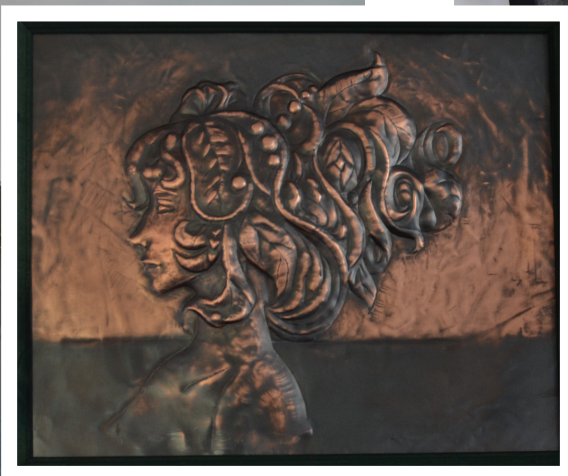
Galeria  
Miejska  
Zespołu Szkół  
Plastycznych  
im. Piotra  
Michałowskiego  
w Rzeszowie



D  
Y  
P  
L  
O  
M  
Y  
2  
0  
2  
3



Liceum  
Sztuk Plastycznych  
w Rzeszowie





## Wystawa Dyplomy – 2023 malarstwo

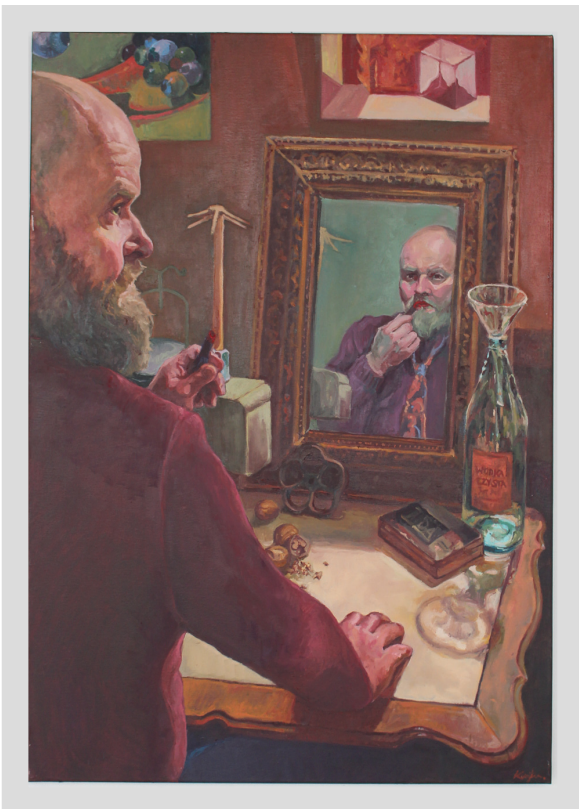
Uczniowie na egzaminie kończąc cykl edukacji szkolnej oprócz pracy ze specjalizacji obowiązani są zaprezentować prace rysunkowe, malarskie lub rzeźbiarskie do wyboru. W tym roku kolejny raz z rzędu najliczniejszą grupę stanowią prace malarskie wykonane w technice olejnej bądź akrylowej.

Uczniowie którzy zdecydowali się na prezentację malarstwa musieli przedstawić komisji co najmniej dwa obrazy, martwą naturę oraz kompozycję figuralną. Kompozycja figuralna musiała zawierać dowolną ilość postaci ludzkich, temat kompozycji nie jest narzucony i stanowi własną kreację ucznia. Martwa natura jest albo kompozycją (ustawioną) zaproponowaną przez nauczyciela prowadzącego bądź stanowi kompozycje własną ucznia.

Na przestrzeni lat można zaobserwować odejście od kompozycji inspirowanych polskim koloryzmem, gdzie kolor miał nadrzędne znaczenie w kierunku realistycznych i hiperrealistycznych przedstawień z dominującą treścią, w których kolor traci na znaczeniu.



Galeria Miejska  
Zespołu Szkół Plastycznych  
im. Piotra Michałowskiego  
w Rzeszowie



Fot. J. Ustrzycki

## Patrząc w przyszłość...

### Szkoła Podstawowa nr 1 w Jaśle

**Żyjemy w świecie intensywnych zmian, który stawia przed nami nowe wyzwania. Technologia jest wszędzie. Dla uczniów Szkoły Podstawowej nr 1 w Jaśle technologia jest już naturalną częścią życia – dlatego uczymy ich jak mogą ją wykorzystywać, by ich rozwijała, zamiast uzależniać.**

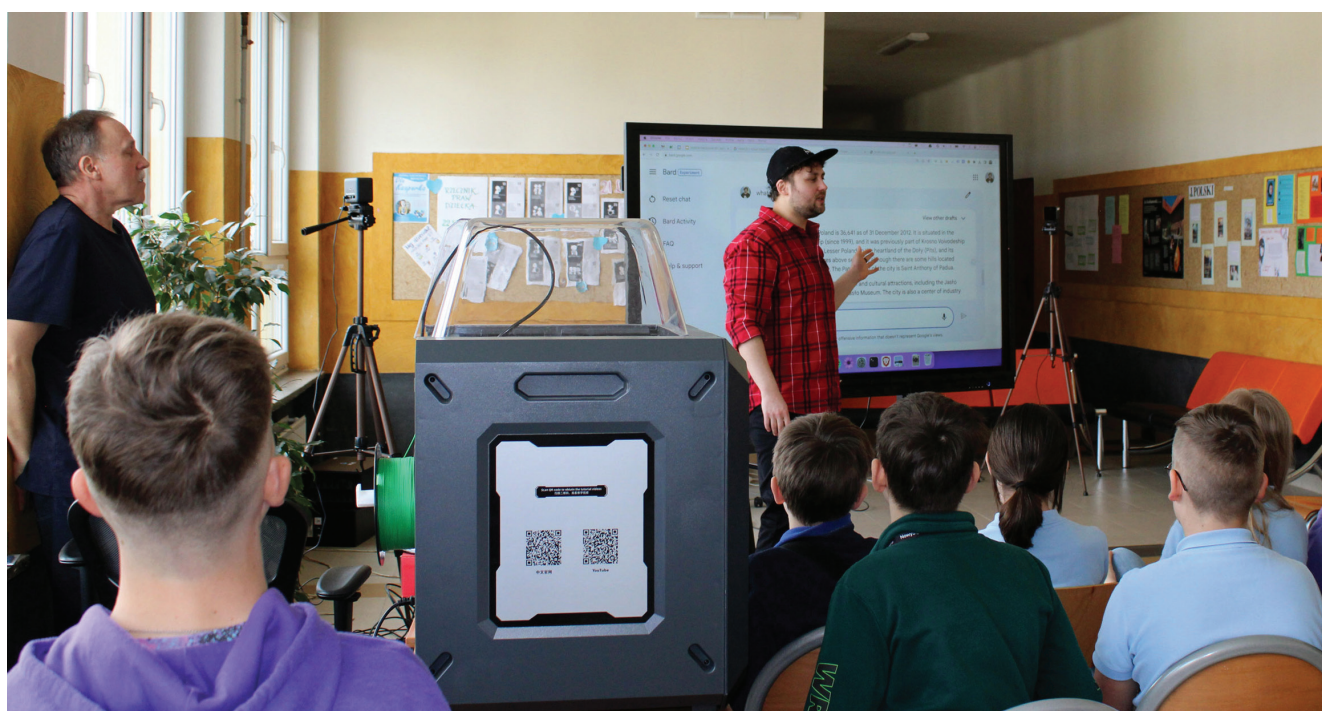
Prowadzenie zajęć z zastosowaniem nowych technologii podnosi efektywność nauki, ponieważ aktywizuje w równym stopniu obie półkule mózgowe. Zatem używanie nowych technologii nie jest przejawem mody, ale ma konkretne uzasadnienie dydaktyczne, ponieważ stymuluje proces zapamiętywania. W naszej szkole na co dzień wykorzystujemy nowe technologie – w czasie lekcji, zajęć pozalekcyjnych, realizacji projektów.

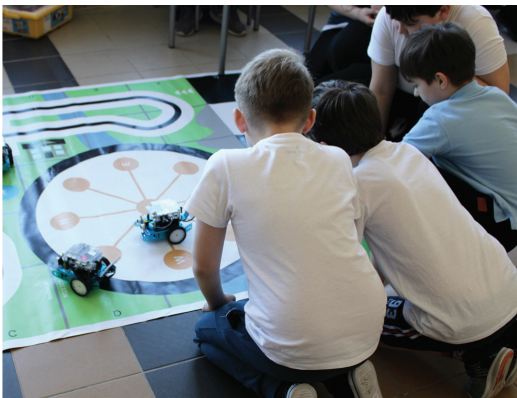
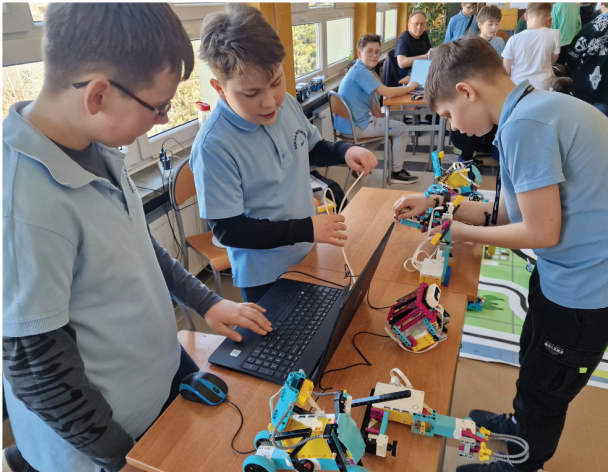
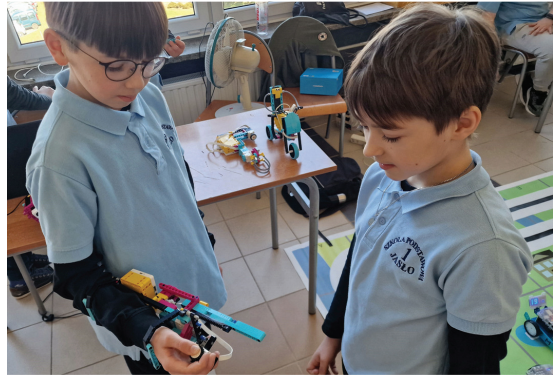
Ze wszystkimi urządzeniami komunikujemy się za pomocą specyficznego języka kodowania. Jego powszechność rośnie z dnia na dzień, a wkrótce jego znajomość będzie tak potrzebna jak znajomość języka obcego. Umiejętność programowania, logicznego i strategicznego myślenia, rozwiązywania problemów rozwija też dziecięcą kreatywność. Ale musimy pamiętać, że sama nauka programowania ma być środkiem do celu, a nie samym celem.

W ramach Dnia Nowych Technologii w Edukacji, którego inicjatorem jest Ministerstwo Edukacji i Nauki, odbyły się w naszej szkole zajęcia i warsztaty. Uczniowie

uczyszczający na zajęcia z robotyki zaprezentowali zastosowanie nowych technologii we współczesnej edukacji i życiu, uczestniczyli także w warsztatach dotyczących „Uczenia maszynowego”, które fantastycznie poprowadził zaproszony na ten dzień pracownik Google Polska.

Młodzież z ogromnym zainteresowaniem zapoznała się z podstawami programowania robota humanoidalnego NAO, robotów: Lego, mBot, Photon, a także dronów Robomaster Tello. Z równie wielkim zainteresowaniem spotkał się pokaz drukarki 3D i okularów VR, których zastosowanie w nauczaniu biologii, geografii czy informatyki to tylko kwestia czasu.





Opracowała: Barbara Wierdak-Cyboroń – dyrektor SP nr 1 w Jaśle

## III konferencja z cyklu *Twarze Matematyki* – *Hugo Steinhaus*

**K**raj bez matematyki nie wytrzyma współzawodnictwa z tymi, którzy uprawiają matematykę. – brzmi jeden z dobrze znanych cytatów profesora Hugona Steinhausa, któremu poświęcona była tegoroczna konferencja cyklu *Twarze Matematyki*.

Pochodzący z Jasła matematyk był twórcą wielu takich poważnych i nie do końca poważnych złotych myśli dotyczących Królowej Nauk (choć nie tylko). Pozwolę sobie przytoczyć niektóre z nich:

- *Między duchem a materią pośredniczy matematyka.*
- *Dlaczego ludzie uczą się matematyki? Aby nauczać matematyki innych.*
- *Jedną z cech głupstwa jest logika.*
- *W tym kraju tylko jedno mi się podoba: zostać...*
- *Większość ludzi jest zbyt ostrożna, żeby nabrać się na prawdę.*
- *Grawitacja nie jest dostatecznym argumentem przeciw tańcowi.*

(Źródło: <https://quotepark.com/pl/autorzy/hugo-steinhaus/>).

A nawet dobrze znane z innego źródła powiedzenie: „Zdechłe ryby płyną z prądem” pochodzi od Profesora.

Poczucie humoru towarzyszyło mu w życiu oraz w licznych publikacjach popularyzujących matematykę, które przyniosły mu być może większą popularność (przynajmniej wśród „niewtajemniczonych”) niż wybitna działalność naukowa. Tym samym bohater



dr Anna Szpila – prodziekan Wydziału Przyrodniczego Uniwersytetu Rzeszowskiego

konferencji stał się jednym z prekursorów tzw. realistycznego nauczania matematyki.

Przybliżmy pokrótce samą postać: Hugo Steinhaus urodził się w 1887 r. w Jasle. Pochodził z rodu Aarona, o czym świadczy przydomek „haKohen” dodawany do nazwisk przodków. Studiował matematykę, a właściwie filozofię (jak to było w tych czasach) we Lwowie i Getyndze. Po powrocie do Jasła walczył w Legionach Polskich. Następnie pracował w Centrali Odbudowy Kraju w Krakowie. Tamże w lipcu 1916 r. spotkał na krakowskich plantach Stefana Banacha, którego uważał za swoje największe „odkrycie” matematyczne.



Uczestnicy konferencji



Dr Stanisław Kusiak – Wicedyrektor ds. Doskonalenia Nauczycieli i Oddziału w Rzeszowie



Kazimierz Poniатовski – senator II kadencji – twórca Konkursu imienia profesora Hugona Steinhausa



Radosław Żurek – przedstawiciel Polskiej Akademii Narodowej

W latach 20-tych jako profesor rozpoczął pracę na Uniwersytecie Lwowskim, stając się współtwórcą powszechnie znanej lwowskiej szkoły matematycznej. W 1945 r. współorganizował wrocławskie środowisko naukowe. Został pierwszym dziekanem Wydziału Matematyki, Fizyki i Chemii Uniwersytetu Wrocławskiego.

Był autorem unikatowego, popularyzującego matematykę *Kalejdoskopu Matematycznego* (wyd. 1938) po polsku i angielsku, przetłumaczonego na 10 języków, i kilku innych książek popularnonaukowych.

Ta wybitna postać została przypomniana podczas *III konferencji Twarze Matematyki*, która odbyła się 20 czerwca 2023 r. na Uniwersytecie Rzeszowskim w nowoczesnym budynku przy ulicy Pigonia 1. W konferencji uczestniczył m.in. Przewodniczący Sejmiku Województwa Podkarpackiego Jerzy Borcz, były pracownik naukowy Uniwersytetu Rzeszowskiego, Kazimierz Poniатовski – senator II kadencji – twórca *Konkursu imienia profesora Hugona Steinhausa*, dr Stanisław Kusiak – Wicedyrektor ds. Doskonalenia Nauczycieli i Oddziału w Rzeszowie, Radosław Żurek – przedstawiciel Polskiej Akademii Narodowej oraz członkowie władz Wydziału Przyrodniczego Uniwersytetu Rzeszowskiego.

Życiorys Hugona Steinhausa, ilustrowany wieloma ciekawostkami z życia bohatera, zaprezentował w swoim wykładzie: *Dlaczego powinniśmy przybliżyć sylwetkę matematyka Hugona Steinhausa (1887-1972) rodem z Jasła?* – profesor UR doc. dr hab. Stanisław Domoradzki.

Problem „sprawiedliwego podziału” sformułowany i rozwiązany przez Steinhausa scharakteryzowała dr Anna Szpila – prodziekan Wydziału Przyrodniczego Uniwersytetu Rzeszowskiego.

Anegdoty o Profesorze dotyczące życia oraz jego twórczości, wszechstronność podejmowanych problemów poznaliśmy w wystąpieniu dr Renaty Jurasieńskiej: *Hugo Steinhaus – nie tylko matematyk*. Podczas wystąpienia

mieliśmy okazję doświadczyć, że humor jest zaraźliwy. W sali wykładowej co chwilę słychać było salwy śmiechu.

Podczas przerwy uczniowie biorący udział w konferencji mieli okazję uczestniczyć w grach i intelektualnych atrakcjach przygotowanych przez Koło Naukowe Matematyków Uniwersytetu Rzeszowskiego, a nauczyciele przejrzeć ofertę Wydawnictwa Omega i zakupić literaturę dydaktyczną. Wszyscy uczestnicy mogli porozmawiać ze sobą przy herbacie, kawie i „pcenowskim” ciasteczku.

Podczas pierwszego wystąpienia po zakończeniu przerwy Jerzy Mil – trener Warszawskiego Centrum Geogebra, aktywny członek Stowarzyszenia Nauczycieli Matematyki przedstawił stworzony przez siebie zbiór apletów ilustrujących problemy zawarte w *Kalejdoskopie matematycznym* – dobrze znanej książce Hugona Steinhausa. Aplety te są powszechnie dostępne pod linkiem: <https://www.geogebra.org/m/jhm8DYjZ>.

Kolejnym wykładcą była Irena Ołtuszyk – sekretarz Zarządu Stowarzyszenia Nauczycieli Matematyki, która przedstawiła główne problemy dotyczące matury z matematyki w nowej formule, z perspektywy błędów popełnianych przez uczniów w ich pracach.

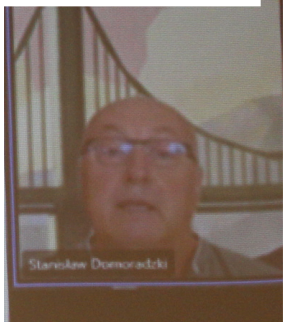
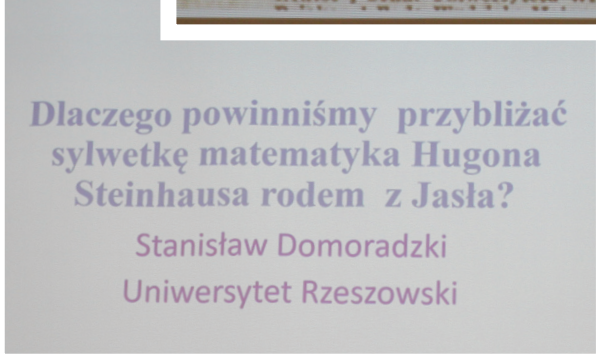
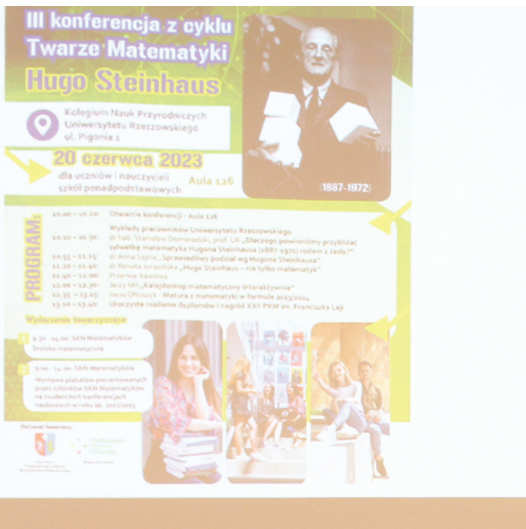
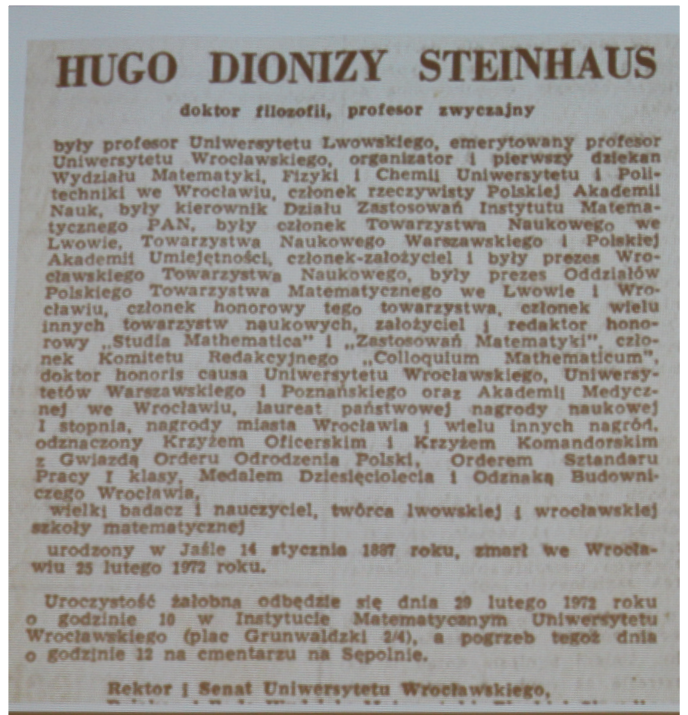
Na zakończenie tradycyjnie rozdano dyplomy i nagrody XXII Podkarpackiego Konkursu Matematycznego imienia Franciszka Leji. Rozdaniem nagród kierował Adam Kawalek – Przewodniczący Komitetu PKM wraz z Joanną Kozubal – wiceprzewodniczącą Oddziału Podkarpackiego Stowarzyszenia Nauczycieli Matematyki.

Sponsorami nagród byli w tym roku: Polska Akademia Narodowa – pod kierunkiem Cezarego Bedki, Przewodniczący Sejmiku Województwa Podkarpackiego – Jerzy Borcz, Narodowy Bank Polski Oddział Okręgowy w Rzeszowie, Oficyna Edukacyjna Krzysztof Pazdro, Wydawnictwo Omega Witolda Stachnika.

Opracował: Adam Kawalek  
nauczyciel konsultant PCEN  
Przewodniczący Oddziału Podkarpackiego  
Stowarzyszenia Nauczycieli Matematyki  
Fot. J. Ustrzycki



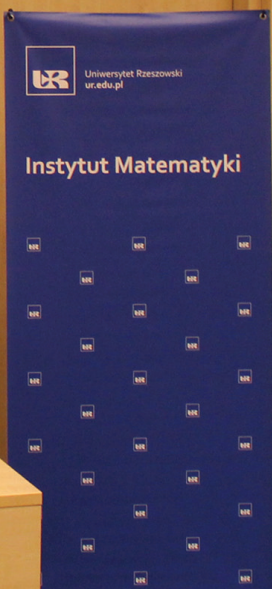
Jerzy Mil – trener GeoGebry



Dr Stanisław Domaradzki, prof. Uniwersytetu Rzeszowskiego



Dr hab. Marta Łuszczak z Instytutu Nauk Fizycznych w Kolegium Nauk Przyrodniczych Uniwersytetu Rzeszowskiego

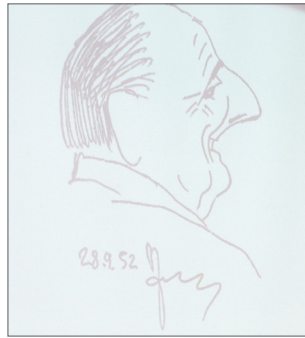




Adam Kawatek – nauczyciel konsultant PCEN, Przewodniczący Oddziału Podkarpackiego Stowarzyszenia Nauczycieli Matematyki



Jerzy Borcz – przewodniczący Sejmiku Województwa Podkarpackiego



Dr Renata Jurasińska – Uniwersytet Rzeszowski

Sprawiedliwy podział tortu na dwie części

Do podziału tortu na dwie sprawiedliwe części może posłużyć stary sposób, w którym jeden współnik przepolawia tort a drugi wybiera swoją połówkę.

Czy jest to sprawiedliwy podział?

Sprawiedliwy podział tortu na dwie części

I współnik

II współnik

Tak kroi tort, aby w jego ocenie obydwie kawałki były równe co do wartości

Jeśli uważa, że oba kawałki są równe co do wartości, wybiera dowolny

Jeśli uważa, że jeden z nich jest cenniejszy, wybiera cenniejszy

Każdy z partnerów uważa w swojej subiektywnej ocenie, że otrzymał przynajmniej połowę tortu

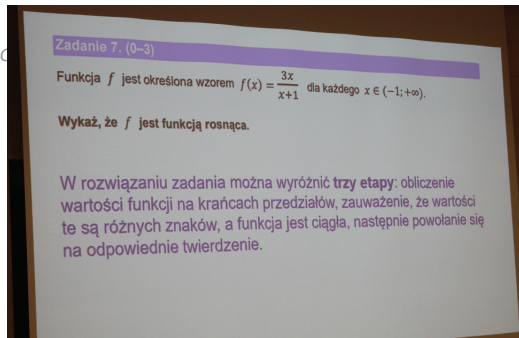
Metoda podziału przedmiotów niepodzielnych

Sprawiedliwy podział otrzymanych dóbr przeprowadzimy w następujący sposób. Każdy z braci wycenia każdy przedmiot z osobna i zapisuje w tabelce.

	Adam	Bartek	Czarek	Dominek
samochód	120000	100000	110000	90000
motocykl	45000	50000	35000	40000
jacht żaglowy	85000	80000	85000	50000
Razem	250000	230000	230000	220000
1/4	62500	57500	57500	55000



Dr Anna Szpila – Uniwersytet Rzeszowski



Irena Ołtuszyk – sekretarz Zarządu Stowarzyszenia Nauczycieli Matematyki podczas wykładu: Matura z matematyki w formule 2023/2024



Irena Ołtuszyk oraz Wotold Stachnik – Prezes Wydawnictwa Szkolnego OMEGA, podczas prezentacji podręczników do matematyki własnego autorstwa



Adam Kawalek oraz Joanna Kozubal – doradca metodyczny PCEN podczas wręczania dyplomów laureatom XXII Podkarpackiego Konkursu Matematycznego im. Franciszka Lejki



Zwycięzcy XXII Podkarpackiego Konkursu Matematycznego im. Franciszka Lejki



Zwycięcy XXII Podkarpackiego Konkursu Matematycznego im. Franciszka Lejki



Uczniowie wyróżnieni podczas XXII Podkarpackiego Konkursu Matematycznego im. Franciszka Lejki



# Najważniejsze odkrycia Dirichleta

## Krzysztof Andruch

### Johann Peter Gustav Lejeune Dirichlet (1805-1859)

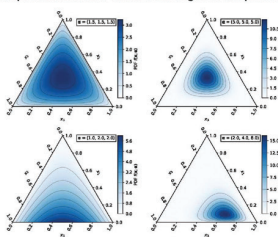


„W matematyce, podobnie jak w innych dziedzinach, zdumienie się jakimś zjawiskiem jest często połową nowego odkrycia.”

Urodził się 13 lutego 1805 w Düren, zmarł 5 maja 1859 w Getyndze. To niemiecki matematyk pochodzenia francuskiego. Zajmował się zagadnieniami związanymi z teorią liczb, teorią szeregów, rachunkiem różniczkowym i całkowym, a także zastosowaniami matematyki w fizyce. Wykładał na uniwersytetach we Wrocławiu, Berlinie i Getyndze. Udowodnił on zbieżność szeregu Fouriera (warunki Dirichleta). Jego nazwiskiem została nazwana funkcja charakterystyczna zbioru liczb wymiernych (funkcja Dirichleta), podawana jako standardowy przykład funkcji niecałkowalnej w sensie Riemanna. Jest również autorem zasady szufladkowej Dirichleta.

### Rozkład Dirichleta

Jest to rodzina ciągłych rozkładów prawdopodobieństwa wielu zmiennych, określona wektorem  $\alpha$  dodatnich liczb rzeczywistych. Rozkład ten jest uogólnieniem rozkładu beta w przestrzeni wielu zmiennych. Rozkład Dirichleta jest często używany w rachunku prawdopodobieństwa wraz z twierdzeniem Bayesa jak rozkład aprioryczny. W związku z tym rozkład Dirichleta jest rozkładem komunikacyjnym rozkładu dyskretnego. W efekcie funkcja rozkładu zwraca przekonanie, że prawdopodobieństwo  $K$  możliwych zdarzeń losowych wynosi  $x_i$ , biorąc pod uwagę, że każde zdarzenie zostało zaobserwowane  $\alpha_i - 1$  razy. Uogólnieniem rozkładu Dirichleta jest proces Dirichleta. Rozkład Dirichleta rzędu  $K \geq 2$  z parametrami  $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_K > 0$  ma funkcję rozkładu prawdopodobieństwa w mierze Lebesgue'a dla przestrzeni euklidesowej  $R^{K-1}$  określoną zależnością:



$$f(x_1, \dots, x_{K-1}, \alpha_1, \dots, \alpha_K) = \frac{1}{B(\alpha)} \prod_{i=1}^K x_i^{\alpha_i - 1}$$

na otwartym zbiorze  $K-1$  wymiarowego sympleksu określonego jako:

$$x_1, \dots, x_{K-1} > 0$$

$$x_1 + \dots + x_{K-1} < 1$$

$$x_K = 1 - x_1 - \dots - x_{K-1}$$

oraz 0 poza tym zbiorem.

Stałą normalizującą jest wielomianowa funkcja beta  $B$ , którą można wyrazić w zależności od funkcji gamma:

$$B(\alpha) = \frac{\prod_{i=1}^K \Gamma(\alpha_i)}{\Gamma(\sum_{i=1}^K \alpha_i)} \quad \alpha = (\alpha_1, \dots, \alpha_K)$$

### Funkcja Dirichleta

$$1_Q(x) = \begin{cases} 1 & \text{dla } x \in \mathbb{Q} \\ 0 & \text{dla } x \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q} \end{cases}$$

Funkcja Dirichleta - funkcja charakterystyczna zbioru liczb wymiernych, tzn. funkcja zmiennej rzeczywistej, która przyjmuje wartość 1, gdy argument funkcji jest liczbą wymierną i wartość 0, gdy argument jest liczbą niewymierną.

Własności funkcji Dirichleta:

- okresowość, przy czym ma ona nieskończenie wiele okresów (każda liczba wymierna jest jej okresem) i nie ma okresu podstawowego,
- nieciągłość (tzn. nie jest ciągła w żadnym punkcie swojej dziedziny); stałymi, że jest wszędzie nieróżniczkowalna,
- zbiór jej ekstremów jest mocy continuum,
- nie jest całkowna w sensie Riemanna - w zależności od doboru podziału przedziału całkowania, aproksymacja prostokątami może dać dowolną sumę od zera do długości przedziału, zatem granica definiująca całkę Riemanna nie istnieje,
- jest całkowna w sensie Lebesgue'a, przy czym jej całka Lebesgue'a na dowolnym przedziale jest równa zero, ponieważ zbiór liczb wymiernych jest miary Lebesgue'a zero.

### Kryterium Dirichleta:

#### - zbieżności jednostajnej szeregów funkcyjnych

Niech  $(f_n)$  i  $(g_n)$  będą ciągami funkcji skalarnych określonych na wspólnej dziedzinie  $D$ . Jeżeli istnieje dodatnia stała  $M$ , taka że dla wszystkich  $n \in \mathbb{N}$  i  $x \in D$   $|\sum_{k=1}^n f_k(x)| \leq M$ , a także dla każdego  $x \in D$  ciąg  $(g_n)$  jest monotoniczny oraz zbieżny jednostajnie do 0, to wtedy szereg funkcyjny  $\sum_{n=1}^{\infty} f_n(x) g_n(x)$  jest zbieżny jednostajnie w zbiorze  $D$ .

Dla powyższego kryterium wyróżnia się szczególne przypadki: kryterium Dirichleta dla szeregów liczbowych i dla całek niewłaściwych.

#### - zbieżności szeregów liczbowych

Niech  $(a_n)$  i  $(b_n)$  będą ciągami liczb rzeczywistych. Jeżeli ciąg sum częściowych szeregu liczbowego  $\sum_{k=1}^n a_k$  jest ograniczony, a  $(b_n)$  jest ciągiem liczb rzeczywistych, który jest monotoniczny i zbieżny do 0, to szereg  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n b_n$  jest zbieżny.

#### - zbieżności całek niewłaściwych

Niech  $f, g: [a, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$  będą takimi funkcjami, że istnieje stała  $K$ , że w każdym przedziale  $[a, A]$  ( $a < A$ ) funkcja  $f$  jest całkowna oraz  $|\int_a^A f(x) dx| \leq K$ , zaś funkcja  $g$  jest nierosnąca oraz  $\lim_{x \rightarrow \infty} g(x) = 0$ . Wówczas całka niewłaściwa  $\int_a^{\infty} f(x)g(x) dx$  jest zbieżna.

### Warunki Dirichleta

Niech  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  jest funkcją okresową w okresie  $T$ , która spełnia następujące warunki (tzw. warunki Dirichleta):

1. Funkcja  $f$  jest bezwzględnie całkowna, tzn.:  $\int_T |f(x)| dx < \infty$ .
2. Funkcja  $f$  w przedziale jednego okresu ma skończoną liczbę maksimum lokalnych i minimum lokalnych.
3. Funkcja  $f$  w przedziale jednego okresu posiada skończoną liczbę punktów nieciągłości pierwszego rodzaju.

Wówczas  $f$  ma reprezentację w postaci szeregu Fouriera (szeregu pozwalającego rozłożyć funkcję okresową na sumę funkcji trygonometrycznych).

### Warunek brzegowy Dirichleta

Typ warunku brzegowego, znany także jako warunek pierwszego rodzaju, używany w teorii równań różniczkowych zwyczajnych lub cząstkowych. Polega on na założeniu, że funkcja będąca rozwiązaniem danego problemu musi przyjmować określone, z góry zadane wartości na brzegu dziedziny.

### Twierdzenie o postępie arytmetycznym

Jeżeli liczby  $a$  i  $b$  są względnie pierwsze ( $NWD(a, b) = 1$ ) to w postępie arytmetycznym  $a, a+b, a+2b, a+3b, a+4b, \dots$  istnieje nieskończenie wiele liczb pierwszych.

### Przykłady zastosowań zasady w życiu codziennym

Jeśli chcemy zamalować pewną powierzchnię farbą, której mamy za dużo i zużyjemy całą farbę, to wtedy jakiś punkt powierzchni musi zostać pomalowany przynajmniej dwukrotnie.



Styczeń	Luty
Marzec	Kwiecień
Maj	Czerwiec
Lipiec	Sierpień
Wrzesień	Pazdziernik
Listopad	Grudzień

Przykład. Wśród 20 osób znajdują się co najmniej dwie osoby które urodziły się w tym samym miesiącu.

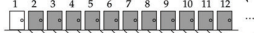
Uzasadnienie: Załóżmy, że szufladkami są miesiące i włóżmy do każdej szufladki osoby, które urodziły się w danym miesiącu. Ponieważ osób jest 20 a szufladek 12, zatem istnieje choć jedna taka szuflada, w której znajdują się co najmniej dwie osoby. Oznacza to, że te dwie osoby obchodzą urodziny w jednym miesiącu.

### Przykład sytuacji, w której nie można wykorzystać zasady szufladkowej Dirichleta



### Paradoks Hilberta

Hotel Hilberta ma nieskończenie wiele pokoi, ponumerowanych 1, 2, 3, 4, itd. - numeracja obejmuje wszystkie dodatnie liczby całkowite. W pewien długi weekend wszystkie miejsca w hotelu były zajęte. W recepcji zjawił się podróżnik bez rezerwacji i poprosił o pokój. W każdym hotelu ze skończoną liczbą pokoi, choćby największą, podróżnik miałby pecha - ale nie w Hotelu Hilberta. - Nie ma problemu - powiedział kierownik. - Poproszę gościa z pokoju 1, żeby przemieścił się do pokoju 2, gościa z pokoju 2, żeby przemieścił się do pokoju 3, osobę z pokoju 3 przemieścimy do pokoju 4 itd. Osoba z pokoju  $n$  przeprowadzi się do pokoju  $n+1$  itd. Wtedy pokój 1 się zwolni, więc będę mógł go dać panu.



### Zasada szufladkowa Dirichleta

Zasada szufladkowa Dirichleta to jedno z ważniejszych twierdzeń kombinatorycznych, które zostało sformułowane na wiele różnych sposobów, w zależności od tego w jakim obszarze matematyki jest stosowane.

#### Sformułowanie 1 - szczególny przypadek

Jeżeli  $n$  przedmiotów rozmieścimy w  $k$  szufladach, przy czym  $k < n$ , to wówczas istnieje szuflada, w której będą co najmniej dwa przedmioty.

#### Sformułowanie 1 - uogólniona zasada Dirichleta

Jeżeli  $n$  przedmiotów rozmieścimy w  $k$  szufladach, przy czym  $k \cdot m < n$ , gdzie  $m$  jest pewną liczbą naturalną, to wtedy w co najmniej jednej szufladzie będzie  $m+1$  przedmiotów.

#### Dowód sformułowania 1

Przypuścimy, że w żadnej szufladzie nie ma  $m+1$  lub więcej przedmiotów. Wtedy wiadomo, że w każdej szufladzie może być co najwyżej  $m$  przedmiotów. Ponieważ szufladek jest  $k$ , więc we wszystkich szufladach jest co najwyżej  $k \cdot m$  przedmiotów. Otrzymujemy sprzeczność, gdyż zgodnie z założeniem twierdzenia jest więcej niż  $k \cdot m$  przedmiotów ( $k \cdot m < n$ ). Oznacza to, że twierdzenie jest prawdziwe.  $\square$

#### Sformułowanie 2

Niech  $X$  będzie skończonym zbiorem mającym  $n$  elementów i niech  $X$  jest sumą  $k$  zbiorów  $X_i$  takich, że  $X = X_1 \cup X_2 \cup \dots \cup X_k$ , gdzie  $n > k$ . Wówczas istnieje zbiór  $X_i$  w którym znajdują się co najmniej dwa elementy.

#### Sformułowanie 3

Jeżeli  $X$  i  $Y$  są zbiorami skończonymi mającymi odpowiednio  $n$  i  $k$  elementów i  $n > k$ , to żadna funkcja odwzorowująca zbiór  $X$  w zbiór  $Y$  nie jest funkcją różnowartościową.

#### Sformułowanie 4 - szczególny przypadek

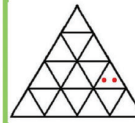
Niech zbiór  $X$  będzie rodziną podzbiorów  $A_i$ . Jeżeli suma miar zbiorów  $A_i$  jest większa niż miara  $X$ , to w zbiorze  $X$  istnieje punkt należący do co najmniej do dwóch spośród zbiorów.

#### Sformułowanie 4 - ogólny przypadek

Jeśli suma miar zbiorów  $A_i$  jest większa niż  $n$  razy miara  $X$ , to istnieje punkt należący do przynajmniej  $n+1$  zbiorów  $A_i$ .

### Przykłady zastosowań zasady w różnych działach matematyki:

#### - w geometrii



Wykazać, że jeśli w trójkącie równobocznym o boku długości 4 umieszcimy 17 punktów, to odległość pomiędzy pewnymi dwoma punktami spośród wszystkich nie przekracza 1.

Rozwiązanie: Podzielmy każdy bok trójkąta na odcinki o długości 1 i poprowadźmy przez wyznaczone przez odcinki podziału proste równoległe do boków trójkąta. W ten sposób trójkąt równoboczny o boku 4 został podzielony na 16 trójkątów równobocznych o boku długości 1. Niech powstałe trójkąty będą „szufladkami”. Włóżmy do nich punkty. Ponieważ punktów jest 17, zaś trójkątów 16, to w jednym z nich znajdzie się przynajmniej 2 punkty. W małym trójkącie o boku 1 odległość punktów w nim leżących nie przekracza długości jego boku, zatem odległość tych dwóch punktów nie przekracza 1.

#### - w arytmetyce

Wykazać, że wśród dowolnych siedmiu różnych liczb całkowitych znajdują się przynajmniej dwie, których suma lub różnica dzieli się przez 10.

Rozwiązanie: Suma dwóch liczb dzieli się przez 10, jeżeli suma reszt z dzielenia każdej z nich przez 10 jest podzielna przez 10, tzn. suma cyfr jedności tych liczb jest równa 0 lub 10. Różnica liczb naturalnych jest podzielna przez 10, jeśli te liczby mają takie same cyfry jedności. Wybierane liczby umieszczamy w szufladkach w taki sposób, aby cyfry jedności tej liczby wskazywała, do której szufladki należy ją wrzucić. Szufladki: {0}, {1, 9}, {2, 8}, {3, 7}, {4, 6}, {5}

Otrzymałymiś 6 szufladek i 7 liczb, więc zgodnie z zasadą szufladkową Dirichleta przynajmniej w jednej szufladce muszą znaleźć się zatem dwie liczby. Jeśli obie liczby mają takie same cyfry jedności, to różnica dzieli się przez 10. Jeśli zaś liczby te mają różne cyfry jedności, to wtedy suma tych liczb dzieli się przez 10.

Klaudia Gótko  
Uniwersytet Rzeszowski

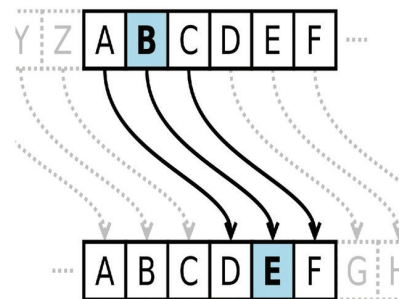
	1	2	3	4	5
1	A	B	C	D	E
2	F	G	H	I/J	K
3	L	M	N	O	P
4	Q	R	S	T	U
5	V	W	X	Y	Z

## Szyfr Polibiusza

W II w. p.n.e. grecki pisarz Polibiusz wymyślił pewien sposób szyfrowania. Ułożył litery w kwadrat, a rzędy i kolumny ponumerował. Numer wiersza i kolumny, czyli współrzędne, kodowały konkretną literę.

## Szyfr Cezara

Polega na przesunięciu liter w tekście o określoną liczbę miejsc w alfabecie. Nazwa szyfru pochodzi od Juliusza Cezara, który według legendy używał tego szyfru do kodowania swoich wiadomości wojskowych. Cezar korzystał z klucza, którego wartość wynosiła 3.



1 2 3 4 5	1 2 3 4 5	1 2 3 4 5
A B C D E	F G H I J	K L M N O
1	2	3
1 2 3 4 5	1 2 3 4 5	
P R S T Q	U W X Y Z	
4	5	

## Szyfr ułamkowy

Aby zaszyfrować słowo, wyszukujemy konkretną literę i zapisujemy ją w formie ułamka.

Licznik wskazuje na kolejność litery w danej grupie, a mianownik - która jest to grupa.

LITERA	KOD	HASŁO ułatwiające zapamiętanie
A	• —	A-ZOT
B	— • • •	BO-TA-NI-KA
C	— • — •	CO-MI-ZRO-BISZ
D	— • •	DO-LI-NA
E	•	EŁK
F	• • — •	FI-GA-SŁOD-KA
G	— — •	GO-SPO-DA
H	• • • •	HA-LA-BAR-DA
I	• •	I-GŁA
J	• — — —	JED-NO-KON-NO
K	— • —	KO-LA-NO
L	• — • •	LE-O-NI-DAS
M	— —	MO-TOR
N	— •	NO-GA
O	— — —	O-POCZ-NO
P	• — — •	PE-LO-PO-NEZ

## Alfabet Morse'a

Każda litera alfabetu jest reprezentowana w zapisie przez specjalny, stały układ kropek i kresek. W telekomunikacji znaki są przekazywane za pomocą dźwięków, błysków światła, impulsów elektrycznych, przy czym sygnał krótki odpowiada kropce, a długi kresce. Alfabet Morse'a najlepiej zapamiętać za pomocą hasła, które dzielimy na sylaby. Kreska odpowiada sylabie zawierającej samogłoskę „O” lub „Ó”, a kropka – sylabie zawierającej każdą inną samogłoskę

### Bibliografia:

Simon Singh „Księga szyfrów”  
Joan Gómez „Matematycy, szpiedzy i hakerzy”,  
<https://cdw.edu.pl/ksiega-szyfrow-czyli-zbior-zabaw-z-szyframi-do-pobrania/>

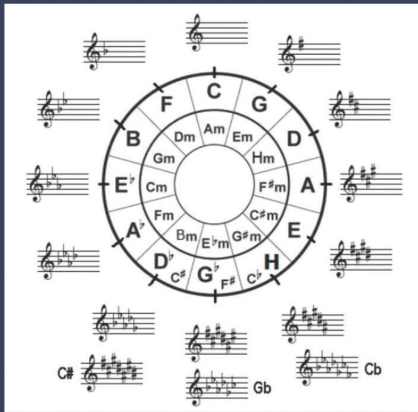
# Matematyka w świecie muzyki

$a^2 + bx + c = 0$   
 $V = \pi r^2 h$   
 $a^2 + b^2 = c^2$

KOŁO NAUKOWE MATEMATYKÓW  
 UR

Wykonała: Urszula Wąsik

## Podobieństwo



## Liczba odwrotna

$$5 \rightarrow \frac{1}{5}$$

## Inwers interwału/ interwał odwrotny

Tercja → Seksta

## Ułamki

## Proporcje

## Odległość między dźwiękami - interwał

Gdybym nie był fizykiem,  
najprawdopodobniej  
byłbym muzykiem

! Albert Einstein grał  
na skrzypcach



# PRZYRODA

m a t e m a t y k a

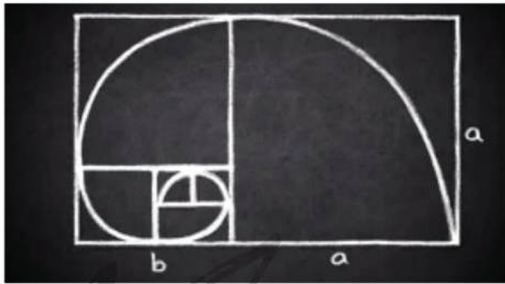
# Źródła



ZŁOTA PROPORCJA



$$\frac{a+b}{a} = \frac{a}{b} = \varphi = 1,6180$$



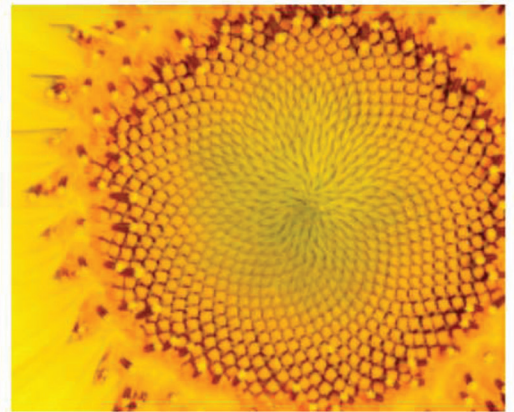
ZŁOTA SPIRALA



BOSKA PROPORCJA



CIĄG FIBONACCIEGO



WIEŁOŚCIANY FOREMNE



Bibliografia

Wszystkie zdjęcia z galerii canva.com



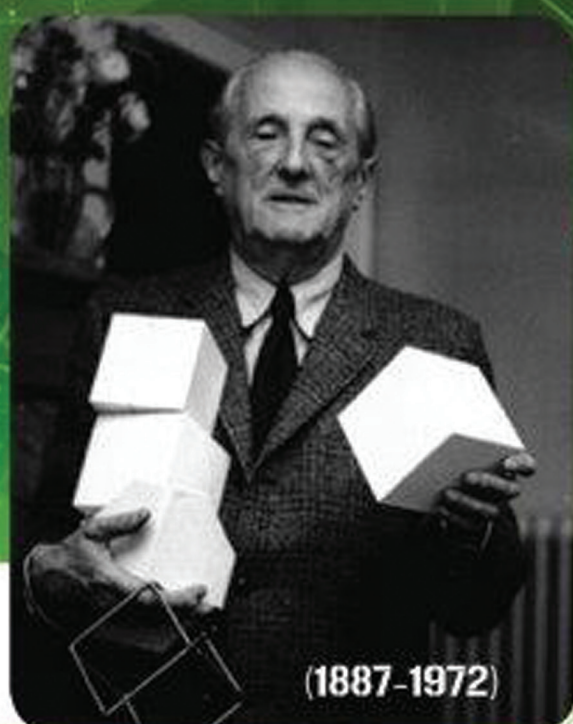
# III konferencja z cyklu Twarze Matematyki Hugo Steinhaus



Kolegium Nauk Przyrodniczych  
Uniwersytetu Rzeszowskiego  
ul. Pigoń 1

**20 czerwca 2023**

dla uczniów i nauczycieli **Aula 126**  
szkół ponadpodstawowych



(1887-1972)

## PROGRAM:

- 10.00 – 10.10: Otwarcie konferencji - Aula 126
- 10.10 – 10.50: Wykłady pracowników Uniwersytetu Rzeszowskiego  
dr hab. Stanisław Domoradzki, prof. UR „Dlaczego powinniśmy przybliżyć sylwetkę matematyka Hugona Steinhausa (1887-1972) rodem z Jasła?”
- 10.55 – 11.15: dr Anna Szpila „Sprawiedliwy podział wg Hugona Steinhausa”
- 11.20 – 11.40: dr Renata Juraszewska „Hugo Steinhaus – nie tylko matematyk”
- 11.40 – 12.00: Przerwa kawowa
- 12.00 – 12.30: Jerzy Mil „Kalejdoskop matematyczny interaktywnie”
- 12.35 – 13.05: Irena Oltuszyk - Matura z matematyki w formule 2023/2024
- 13.10 – 13.40: Uroczyste rozdanie dyplomów i nagród XXII PKM im. Franciszka Lejki

## Wydarzenia towarzyszące

- 1 9.30 - 14.00: SKN Matematyków  
Stoisko matematyczne
- 2 9.00 - 14.00: SKN Matematyków  
Wystawa plakatów prezentowanych przez członków SKN Matematyków na studenckich konferencjach naukowych w roku ak. 2022/2023

Patronat honorowy:



Jerzy Borcz  
Przewodniczący Sejmiku  
Województwa Podkarpackiego



Podkarpacki  
Kurator  
Oświaty

Majgorzata Rauch

