



Doskonalimy z pasją!

Wymagania dla VIII Podkarpackiego Sprawdzianu Przedmaturalnego dla uczniów klas III na podbudowie szkoły podstawowej Poziom rozszerzony

I. Liczby rzeczywiste.

Zdający:

- 1) wykonuje działania (dodawanie, odejmowanie, mnożenie, dzielenie, potęgowanie, rzeczywistych; pierwiastkowanie, logarytmowanie) w zbiorze liczb;
- 2) przeprowadza proste dowody dotyczące podzielności liczb całkowitych i reszt z dzielenia nie trudniejsze niż dowód podzielności przez 24 iloczynu czterech kolejnych liczb naturalnych;
- 3) stosuje własności pierwiastków dowolnego stopnia, w tym pierwiastków stopnia nieparzystego z liczb ujemnych;
- 4) stosuje związek pierwiastkowania z potęgowaniem oraz prawa działań na potęgach i pierwiastkach;
- 5) stosuje własności monotoniczności potęgowania, w szczególności własności: jeśli $x < y$ oraz $a > 1$, to $a^x > a^y$, zaś gdy $x < y$ i $0 < a < 1$, to $a^x > a^y$;
- 6) posługuje się pojęciem przedziału liczbowego, zaznacza przedziały na osi liczbowej;
- 7) stosuje interpretację geometryczną i algebraiczną wartości bezwzględnej, rozwiązuje równania i nierówności typu: $|x + 4| = 55$, $|x - 2| < 3$, $|x + 3| \geq 4$;
- 8) wykorzystuje własności potęgowania i pierwiastkowania w sytuacjach praktycznych, w tym do obliczania procentów składanych z kapitalizacją roczną i zysków z lokat;
- 9) stosuje związek logarytmowania z potęgowaniem, posługuje się wzorami na logarytm iloczynu, logarytm ilorazu i logarytm potęgi;
- 10) stosuje wzór na zamianę podstawy logarytmu;
- 11) przeprowadza proste dowody dotyczące podzielności liczb całkowitych i reszt z dzielenia nie trudniejsze niż dowód własności: jeśli liczba przy dzieleniu przez 5 daje resztę 3, to jej trzecia potęga przy dzieleniu przez 5 daje resztę 2.

II. Wyrażenia algebraiczne.

Zdający:

- 1) stosuje wzory skróconego mnożenia na: $(a + b)^2$, $(a - b)^2$, $a^2 - b^2$;
- 2) dodaje, odejmuje i mnoży wielomiany jednej i wielu zmiennych;
- 3) wyłącza poza nawias jednomian z sumy algebraicznej;
- 4) rozkłada wielomiany na czynniki metodą wyłączania wspólnego czynnika przed nawias oraz metodą grupowania wyrazów, w przypadkach nie trudniejszych niż rozkład wielomianu $W(x) = 2x^3 - \sqrt{3}x^2 + 4x - 2\sqrt{3}$;
- 5) mnoży i dzieli wyrażenia wymierne;
- 6) dodaje i odejmuje wyrażenia wymierne, w przypadkach nie trudniejszych niż:
 $\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x}$, $\frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3}$, $\frac{x+1}{x+2} + \frac{x-1}{x+1}$
- 7) znajduje pierwiastki całkowite i wymierne wielomianu o współczynnikach całkowitych;
- 8) dzieli wielomian jednej zmiennej przez dwumian ;
- 9) korzysta ze wzorów na ; $(a + b)^3$, $(a - b)^3$, $a^3 + b^3$, $a^3 - b^3$;

III. Równania i nierówności.

Zdający:

- 1) przekształca równania i nierówności w sposób równoważny;
- 2) interpretuje równania i nierówności sprzeczne oraz tożsamościowe;
- 3) rozwiązuje nierówności liniowe z jedną niewiadomą;
- 4) rozwiązuje równania i nierówności kwadratowe;
- 5) rozwiązuje równania wielomianowe postaci $W(x) = 0$ dla wielomianów doprowadzonych do postaci iloczynowej lub takich, które dają się doprowadzić do postaci iloczynowej metodą wyłączania wspólnego czynnika przed nawias lub metodą grupowania;
- 6) rozwiązuje równania wymierne postaci $\frac{V(x)}{W(x)} = 0$, gdzie wielomiany $V(x)$ i $W(x)$ są zapisane w postaci iloczynowej
- 7) rozwiązuje nierówności wielomianowe typu $W(x) > 0$, $W(x) \geq 0$, $W(x) < 0$, $W(x) \leq 0$ dla wielomianów doprowadzonych do postaci iloczynowej lub takich, które dają się doprowadzić do postaci iloczynowej metodą wyłączania wspólnego czynnika przed nawias lub metodą
- 8) rozwiązuje równania i nierówności wymierne nie trudniejsze niż $\frac{x+1}{x(x-1)} + \frac{1}{x+1} \geq \frac{2x}{(x-1)(x+1)}$
- 9) stosuje wzory Viète'a dla równań kwadratowych;
- 10) rozwiązuje równania i nierówności z wartością bezwzględną, o stopniu trudności nie większym niż: $2|x + 3| + 3|x - 1| = 13$, $|x + 2| + 2|x - 3| < 11$;
- 11) analizuje równania i nierówności liniowe z parametrami oraz równania i nierówności kwadratowe z parametrami, w szczególności wyznacza liczbę rozwiązań w zależności od parametrów, podaje warunki, przy których rozwiązania mają żadaną własność, i wyznacza rozwiązania w zależności od parametrów.

IV. Układy równań.

Zdający:

- 1) rozwiązuje układy równań liniowych z dwiema niewiadomymi, podaje interpretację geometryczną układów oznaczonych, nieoznaczonych i sprzecznych;
- 2) stosuje układy równań do rozwiązywania zadań tekstowych;
- 3) rozwiązuje metodą podstawiania układy równań, z których jedno jest liniowe,
$$\begin{cases} ax + by = e \\ x^2 + y^2 + cx + dy = f \end{cases} \quad \text{lub} \quad \begin{cases} ax + by = e \\ y = cx^2 + dx + f \end{cases};$$
- 4) rozwiązuje układy równań kwadratowych postaci $\begin{cases} x^2 + y^2 + ax + by = c \\ x^2 + y^2 + dx + ey = f \end{cases}$

V. Funkcje.

Zdający

- 1) określa funkcje jako jednoznaczne przyporządkowanie za pomocą opisu słownego, tabeli, wykresu, wzoru (także różnymi wzorami na różnych przedziałach);
- 2) oblicza wartość funkcji zadanej wzorem algebraicznym;
- 3) odczytuje i interpretuje wartości funkcji określonych za pomocą tabel, wykresów, wzorów itp., również w sytuacjach wielokrotnego użycia tego samego źródła informacji lub kilku źródeł jednocześnie;
- 4) odczytuje z wykresu funkcji: dziedzinę, zbiór wartości, miejsca zerowe, przedziały monotoniczności, przedziały, w których funkcja przyjmuje wartości większe (nie mniejsze) lub mniejsze (nie większe) od danej liczby, największe i najmniejsze wartości funkcji (o ile istnieją) w danym przedziale domkniętym oraz argumenty, dla których wartości największe i najmniejsze są przez funkcję przyjmowane;

- 5) interpretuje współczynniki występujące we wzorze funkcji liniowej;
- 6) wyznacza wzór funkcji liniowej na podstawie informacji o jej wykresie lub o jej własnościach;
- 7) szkicuje wykres funkcji kwadratowej zadanej wzorem;
- 8) interpretuje współczynniki występujące we wzorze funkcji kwadratowej w postaci ogólnej, kanonicznej i iloczynowej (jeśli istnieje);
- 9) wyznacza wzór funkcji kwadratowej na podstawie informacji o tej funkcji lub o jej wykresie;
- 10) wyznacza największą i najmniejszą wartość funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym;
- 11) wykorzystuje własności funkcji liniowej i kwadratowej do interpretacji zagadnień geometrycznych, fizycznych itp., także osadzonych w kontekście praktycznym;
- 12) na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ szkicuje wykresy funkcji $y = (x - a)$, $y = f(x) + b$, $y = -f(x)$, $y = f(-x)$;
- 13) na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ rysuje wykres funkcji $y = |f(x)|$

VI. Ciągi

Zdający:

- 1) oblicza wyrazy ciągu określonego wzorem ogólnym;
- 2) w prostych przypadkach bada, czy ciąg jest rosnący, czy malejący;
- 3) sprawdza, czy dany ciąg jest arytmetyczny lub geometryczny;
- 4) stosuje wzór na n -ty wyraz i na sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego;
- 5) stosuje wzór na n -ty wyraz i na sumę n początkowych wyrazów ciągu geometrycznego;
- 6) wykorzystuje własności ciągów, w tym arytmetycznych i geometrycznych, do rozwiązywania zadań, również osadzonych w kontekście praktycznym.
- 7) oblicza granicę ciągów, korzystając z granic ciągów typu $\frac{1}{n}$, $\sqrt[n]{a}$
- 8) rozpoznaje zbieżne szeregi geometryczne i oblicza ich sumę.

VII. Trygonometria

Zdający:

- 1) wykorzystuje definicje funkcji: sinus, cosinus i tangens dla kątów od 0° do 180° , w szczególności wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych dla kątów 30° , 45° , 60° ;
- 2) korzysta ze wzorów $\sin^2(\alpha) + \cos^2(\alpha) = 1$, $\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)}$;
- 3) stosuje twierdzenie cosinusów oraz wzór na pole trójkąta $P = \frac{1}{2} ab \cdot \sin \gamma$.
- 4) oblicza kąty trójkąta i długości jego boków przy odpowiednich danych (rozwiązuje trójkąty m.in. z wykorzystaniem twierdzenia cosinusów).
- 5) stosuje miarę łukową, zamienia miarę łukową kąta na stopniową i odwrotnie;
- 6) posługuje się wykresami funkcji trygonometrycznych: sinus, cosinus, tangens;
- 7) wykorzystuje okresowość funkcji trygonometrycznych;
- 8) stosuje wzory redukcyjne dla funkcji trygonometrycznych;
- 9) stosuje twierdzenie sinusów;
- 10) oblicza kąty trójkąta i długości jego boków przy odpowiednich danych (m.in. z wykorzystaniem twierdzenia sinusów).

VIII. Planimetria.

Zdający:

- 1) wyznacza promienie i średnice okręgów, długości cięciw okręgów oraz odcinków stycznych, w tym z wykorzystaniem twierdzenia Pitagorasa;
- 2) rozpoznaje trójkąty ostrokątne, prostokątne i rozwartokątne przy danych długościach boków (m.in. stosuje twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa i twierdzenie

- cosinusów); stosuje twierdzenie: w trójkącie naprzeciw większego kąta wewnętrznego leży dłuższy bok;
- 3) rozpoznaje wielokąty foremne i korzysta z ich podstawowych własności;
 - 4) korzysta z własności kątów i przekątnych w prostokątach, równoległobokach, rombach i trapezach;
 - 5) stosuje własności kątów wpisanych i środkowych;
 - 6) stosuje wzory na pole wycinka koła i długość łuku okręgu;
 - 7) stosuje twierdzenia: Talesa, o dwusiecznej kąta oraz o kącie między styczną a cięciwą;
 - 8) korzysta z cech podobieństwa trójkątów;
 - 9) wykorzystuje zależności między obwodami oraz między polami figur podobnych;
 - 10) wskazuje podstawowe punkty szczególne w trójkącie: środek okręgu wpisanego w trójkąt, środek okręgu opisanego na trójkącie, środek ciężkości oraz korzysta z ich własności;
 - 11) stosuje funkcje trygonometryczne do wyznaczania długości odcinków w figurach płaskich oraz obliczania pól figur.
 - 12) stosuje własności czworokątów wpisanych w okrąg i opisanych na okręgu;
 - 13) stosuje twierdzenie odwrotne do twierdzenia Talesa;
 - 14) przeprowadza dowody geometryczne.

IX. Geometria analityczna na płaszczyźnie kartezjańskiej.

Zdający:

- 1) rozpoznaje wzajemne położenie prostych na płaszczyźnie na podstawie ich równań, w tym znajduje wspólny punkt dwóch prostych, jeśli taki istnieje;
- 2) posługuje się równaniem prostej na płaszczyźnie w postaci kierunkowej, w tym wyznacza równanie prostej o zadanych własnościach (takich jak na przykład przechodzenie przez dwa dane punkty, znany współczynnik kierunkowy, równoległość lub prostopadłość do innej prostej, styczność do okręgu);
- 3) oblicza odległość dwóch punktów w układzie współrzędnych;
- 4) oblicza odległość punktu od prostej;
- 5) wyznacza obrazy okręgów i wielokątów w symetriach osiowych względem osi układu współrzędnych, symetrii środkowej (o środku w początku układu współrzędnych).
- 6) posługuje się równaniem prostej w postaci ogólnej na płaszczyźnie, w tym wyznacza równanie prostej o zadanych własnościach (takich jak na przykład przechodzenie przez dwa dane punkty, równoległość lub prostopadłość do innej prostej, styczność do okręgu);
- 7) zna pojęcie wektora i oblicza jego współrzędne oraz długość;
- 8) znajduje punkty wspólne prostej i okręgu oraz prostej i paraboli będącej wykresem funkcji kwadratowej.

X. Optymalizacja i rachunek różniczkowy.

Zdający:

- 1) rozwiązuje zadania optymalizujące w sytuacjach dających się opisać funkcją kwadratową